Mathematisch läßt sich das Gesagte mit dem Satz von Bayes beweisen:

allgemein: $P(A_i|B) = \dfrac{P(A_i) \cdot P(B|A_i)}{\sum P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$

Angenommen, der Kandidat hat sich für Tür zwei entschieden, der Moderator öffnet Tür eins. Aufgrund der Beobachtung M1 beträgt die Wahrscheinlichkeit, daß sich der Supergewinn hinter Tür drei verbirgt:

$$P(S3|M1) = \frac{P(M1|S3) \cdot P(S3)}{P(M1|S3) \cdot P(S3) + P(M1|S2) \cdot P(S2) + P(M1|S1) \cdot P(S1)}$$

Die einzelnen Ausdrücke haben folgende Werte:

P(M1 | S3) = 1 (Wenn sich der Supergewinn hinter Tür drei verbirgt und der Kandidat Tür zwei gewählt hat, kann der Moderator nur Tür eins öffnen)

P(S1) = P(S2) = P(S3) (denn der Supergewinn wird gleich wahrscheinlich verteilt)

P(M1 | S2) = 0,5 (Der Moderator kann zwischen zwei Nieten frei wählen)

P(M1 | S1) = 0 (Damit würde der Moderator gegen die Spielregeln verstoßen, da er nur eine Tür öffnen darf, hinter der sich eine Niete verbirgt)

Eingesetzt:

$$P(S3|M1) = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{1 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

Die Gegenprobe ergibt:

$$P(S2|M1) = \frac{P(M1|S2) \cdot P(S2)}{P(M1|S1) \cdot P(S1) + P(M1|S2) \cdot P(S2) + P(M1|S3) \cdot P(S3)}$$

Die einzelnen Werte sind hier:

P(M1 | S2) = 0,5 (der Moderator hat zwei Nieten zur Auswahl)

P(M1 | S1) = 0 (Verstoß gegen die Regeln)